**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Линейные группы

Linear Groups

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 001262

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Освоение обучающимися методов и инструментов изучения линейных групп, позволяющих данной дисциплине находить применение во многих областях алгебры и других математических наук.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Предполагается владение инструментарием линейной алгебры и теории групп на уровне общего курса «Алгебра и теория чисел».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

В результате обучения обучающийся должен знать содержание дисциплины «Линейные группы» и иметь достаточно полное представление о возможностях применения её разделов в алгебраической геометрии и алгебраической К-теории; иметь представление об основных структурах, связанных с линейными группами.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

В качестве основных форм аудиторной работы в рамках курса в 7 семестре предполагается проведение лекционных занятий (30 часов) и самостоятельная работа с использованием методических материалов (30 часов), которые представляют подробное изучение материала по соответствующим темам дисциплины. Самостоятельная работа предусматривает использование источников из списков основной и дополнительной литературы к курсу. Объём занятий в активных и интерактивных формах - 30 часов.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 7 | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 | 4 |  | 6 |  | 30 | 2 |
|  | 2-25 |  |  |  |  |  |  |  | 2-25 |  |  | 2-25 | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 | 4 |  | 6 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 7 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

**Седьмой семестр**

**1) Коллинеации и корреляции (9 час.)**

Линейные и полулинейные отображения, Растяжения и сдвиги, Инволюции и полуинволюции, Централизатор проективной инволюции, Корреляции и полуторалинейные формы, Рефлексивные полуторалинейные формы, Ортогональные дополнения и изотропные подпространства, Эквивалентность рефлексивных полуторалинейных форм, Унитарные группы, Т-формы и их свойства, Квазиразложения и сдвиги в унитарных группах, Полуинволюции в унитарных группах и их централизаторы, Перестановочные корреляции, Квадратичные формы и ортогональные группы над полем характеристики 2.

**2) Структура классических групп (10 час.)**

Центр и коммутант полной линейной группы, Структура специальной линейной группы, образующие и центр унитарной группы, Структура унитарной группы, Ортогональная группа в характеристике не 2, Алгебра Клиффорда квадратичной формы в характеристике не 2, Структура ортогональной группы, Унитарные и ортогональные группы, соответствующие анизотропным формам, Группы подобий.

**3) Геометрическая характеризация классических групп (4 час.)**

Основная теорема проективной геометрии, Преобразования, сохраняющие соседство. Преобразования грассманов и преобразования пространств изотропных многообразий.

**4) Автоморфизмы и изоморфизмы классических групп (7 час.)**

Автоморфизмы полной линейной группы, Автоморфизмы специальной линейной группы, Автоморфизмы симплектической группы, Автоморфизмы унитарной группы в характеристике не 2, Автоморфизмы проективной линейной группы, Автоморфизмы проективной специальной линейной группы, Автоморфизмы проективной симплектической группы, Автоморфизмы проективной унитарной группы, Изоморфизмы классических групп.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По данному курсу предусмотрено чтение лекций и организация самостоятельной работы с использованием методических материалов. Предполагается, что читают лекции и организуют самостоятельную работу преподаватели, имеющие опыт проведения занятий в рамках общего курса алгебры и теории чисел на 1-2 курсах и чтения вариативных курсов.  
Успешное освоение дисциплины возможно благодаря посещению лекций, активному участию обучающихся в обсуждении рассматриваемых вопросов, самостоятельной работе, включающей в себя чтение рекомендованной литературы.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающихся в рамках данной дисциплины является важным компонентом обучения. Настоящей программой предусмотрены формы самостоятельной работы с использованием методических материалов, в качество которых кроме материалов курса выступают также источники, указанные в списках обязательной и дополнительной литературы. В частности, могут быть использованы задачи из учебного пособия Винберг Э.Б., Демидов Е.Е., Шварцман О.В. Задачи по алгебре М., МЦНМО, 1997.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

В течение учебного года по дисциплине проводятся опросы, предлагаются темы и источники для самостоятельной работы, в конце семестра проводится зачет.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

***Методика проведения зачета***

Зачет проводится в устно-письменной форме. Преподаватели имеют список основных вопросов для проведения зачета. Оценка выставляется по итогам текущего контроля и результатам ответа обучающегося на основные и дополнительные вопросы во время проведения промежуточной аттестации. В качестве дополнительного вопроса может быть выдана задача.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и студент удаляется с экзамена.

*Критерии выставления оценки за зачет:*

Оценка «зачтено» ставится за изложенный в основном теоретический материал билета (возможно с помощью подсказок преподавателя) и правильные ответы большинство дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «не зачтено» выставляется, если не выполняются условия для получения оценки «зачтено».

**Примерный перечень вопросов к зачету по всему курсу**

1. Линейные и полулинейные отображения, Растяжения и сдвиг.
2. Инволюции и полуинволюции, Централизаторпроективной инволюции.
3. Корреляции и полуторалинейные формы, Рефлексивные полуторалинейные формы.
4. Ортогональные дополнения и изотропные подпространства.
5. Эквивалентность рефлексивных полуторалинейных форм.

6. Унитарные группы, Т-формы и их свойства, Квазиразложения и сдвиги в унитарных группах, Полуинволюци в унитарных группах и их централизаторы.

7. Перестановочные корреляции.

8. Квадратичные формы и ортогональные группы над полем характеристики 2.

9. Центр и коммутант полной линейной группы.

10. Структура специальной линейной группы.

11. Образующие и центр унитарной группы.

12. Структура унитарной группы.

13. Ортогональная группа в характеристике не 2.

14. Алгебра Клиффорда квадратичной формы в характеристике не 2.

15. Структура ортогональной группы.

16. Унитарные и ортогональные группы, соответствующие анизотропным формам.

17. Группы подобий.

18. Основная теорема проективной геометрии.

19. Преобразования, сохраняющие соседство: Преобразования грассманов.

20. Преобразования, сохраняющие соседство: Преобразования пространств изотропных многообразий.

21. Автоморфизмы полной линейной группы.

22. Автоморфизмы специальной линейной группы.

23. Автоморфизмы симплектической группы.

24. Автоморфизмы унитарной группы в характеристике не 2.

25. Автоморфизмы проективной линейной группы.

26. Автоморфизмы проективной специальной линейной группы.

27. Автоморфизмы проективной симплектической группы.

28. Автоморфизмы проективной унитарной группы.

29. Изоморфизмы классических групп.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине «Обработка данных и представление результатов» осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций и организации самостоятельной работы привлекаются преподаватели, имеющие базовое образование и/или ученую степень, соответствующую профилю преподаваемой дисциплины.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуются стандартно оборудованные лекционные аудитории (доска, мел, губка, маркер).

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартно оборудованные аудитории для проведения занятий. По желанию лектора применяется проектор для демонстрации слайдов.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел или цветные фломастеры, губки; бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи принтеров – в объеме, необходимом для проведения занятий, по заявкам преподавателей.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Дьедонне Ж. Геометрия классических групп. М.: Мир, 1974.

2. Вейль Г. Классические группы, их инварианты и представления. М.: ИЛ, 1947. 4-е изд. - М.: КомКнига, 2010.

3. Борель А. Линейные алгебраические группы. М.: Мир, 1972.

4. Винберг Э.Б., Демидов Е.Е., Шварцман О.В. Задачи по алгебре М., МЦНМО, 1998.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Дж. Хамфри Линейные алгебраические группы, М. Мир 1980.

2. A. Hahn, O. T. O’Meara, The classical groups and K-theory, Springer, Berlin et al., 1989, 576.

3. P. B. Kleidman, M. W. Liebeck, The subgroup structure of finite classical groups, C. U. P., Cambridge, 1990, 303.

4. Платонов В. П., Рапинчук А. С. Алгебраические группы и теория чисел. М.: Наука, 1991.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не предусмотрено.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Н.А. Вавилов, профессор, д.ф.-м.н.;  
А.В.Щеголев, ассистент, к.ф.-м.н.